XXXIII OPM - Final - 1º Dia - 20.03.2015 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

Duração: 2 horas
Questão 1: 16 pontos
Questões 2, 3: 7 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) O raio do círculo aumentou 100%, ou seja se o raio era r passou a ser $2r$. A área do novo círculo é portanto $A = \pi(2r)^2 = 4\pi r^2$, quatro vezes a área anterior. A percentagem de aumento é assim de 300%. Opção correta: D)

   (b) Dos 30 adultos, 5 não gostam nem de pescar nem de jardinar, por isso há 25 que gostam de pescar e/ou jardinar. Como $15 + 18 = 33 = 25 + 8$, há 8 pessoas que gostam de pescar e jardinar. Opção correta: D)

   (c) Um relógio de 24 em 24 horas mostra a mesma hora. Se um dos relógios anda ao dobro da velocidade e o outro para trás eles vão mostrar a mesma hora ao fim de $\frac{24}{3} = 8$ horas. O relógio que anda para trás mostra $13 - 8 = 5$ horas e o que anda para a frente também. A hora real será $13 + 8 = 21$ horas. Opção correta: E)

   (d) O circuito de manutenção tem 50 metros de comprimento. O César bate uma palma sempre que a distância percorrida seja múltipla de 50. As distâncias percorridas ao fim dos primeiros 5 minutos são respetivamente $10, 30, 60, 100, 150$, ou seja, ele bate palmas duas vezes, ao fim de 4 e de 5 minutos. As distâncias percorridas nos minutos seguintes seguirão o mesmo padrão dos primeiros 5 minutos. Ao fim de 6 minutos, ou ao fim de um múltiplo de cinco mais um, ele percorreu uma distância que é múltipla de 50 mais 10, ao fim de 7 minutos, ou ao fim de um múltiplo de cinco mais dois, ele percorreu uma distância que é múltipla de 50 mais 20, ao fim de 8 minutos, ou ao fim de um múltiplo de cinco mais três, ele percorreu uma distância que é múltipla de 50 mais 30, etc... Ou seja ele bate uma palma ao fim de um número de minutos que seja múltiplo de 5 ou inferior uma unidade a um múltiplo de 5. Entre 1 e 100 temos 20 múltiplos de 5, logo o César bateu uma palma 40 vezes no ponto de partida. Opção correta: E)

2. A área do triângulo $[ABD]$ é metade da área do losango $[ABCD]$, logo 108 cm^2 e $\overline{ED} = 29 - 24 = 5$ cm. A altura do triângulo $[ABD]$ relativamente ao lado $[DB]$ é $\frac{2\times 108}{24} = 9$ cm, que é também a altura do triângulo $[CBD]$ relativamente ao lado $[DB]$. Tem-se, finalmente

$$\begin{aligned}\text{área}_{[ABCFE]} &= \text{área}_{[ABCD]} + \text{área}_{[EAD]} + \text{área}_{[EDFC]}\\ &= 216 + \frac{5\times 9}{2} + 5\times 9\\ &= 283,5 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

3. Para construir um triângulo isósceles, o Augusto terá de escolher um conjunto de fósforos para um dos lados e ficar com um número par de fósforos para construir os dois lados iguais. Uma vez que tem 2015 fósforos, o lado que é diferente dos outros dois terá um número ímpar de fósforos. Como num triângulo a medida de cada lado tem de ser inferior à soma dos outros dois, o número máximo de fósforos que ele pode escolher para o lado diferente é 1007 (com 1009 fósforos no lado diferente, a soma dos outros dois lados (iguais) seria $2015 - 1009 = 1006$ que é menor que 1009). Por isso o número de triângulos isósceles que ele pode formar é igual ao número de impares entre 1 e 1007, ou seja, $\frac{1008}{2} = 504$.