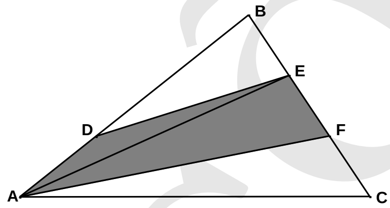
Cada questão vale 10 pontos

Sugestões para a resolução dos problemas

1. O Jorge vê as páginas 4 e 5, o Pedro vê as páginas 6 e 7, depois o Jorge vê as páginas 10 e 11, o Pedro vê as páginas 12 e 13, e assim sucessivamente. Ou seja, de cada vez que o Pedro passa a folha, vê as páginas que têm o número daquelas que tinha visto anteriormente acrescido de 6. Ao fim de passar a folha 334 vezes, o Pedro vê as páginas $334 \times 6 = 2004$ e $334 \times 6 + 1 = 2005$. De seguida, o Jorge passa duas folhas e vê as páginas 2008 e 2009. Portanto, é o Jorge que vê a página 2008.

2. Seja J o número de castanhas compradas pelo José. Assim, o Pavlo comprou $2J$ castanhas e tem-se que $2J - 27 = J + 27$, donde $J = 54$. Portanto o José comprou 54 castanhas e o Pavlo comprou 108.

3. A área da região $[ADEF]$ obtém-se somando as áreas dos triângulos $[AEF]$ e $[ADE]$.



Como os pontos E e F dividem o lado $[BC]$ em três partes iguais, então a área de cada um dos triângulos $[ABE]$, $[AEF]$ e $[AFC]$ é um terço da área do triângulo $[ABC]$, ou seja, 3 cm^2. Por outro lado, uma vez que $[AD]$ mede um terço do comprimento de $[AB]$, a área de $[ADE]$ é um terço da área de $[ABE]$, ou seja, 1 cm^2. Logo a área da região sombreada é 4 cm^2.

4. Seja V o número de faces de um cubo pintadas de vermelho.

   Em cada um dos casos $V = 0$ e $V = 1$, há apenas uma forma de pintar o cubo.

   Para $V = 2$, há duas formas diferentes de colorir os cubos, nomeadamente pintando de vermelho duas faces adjacentes ou duas faces opostas.

   Para $V = 3$, há novamente duas formas diferentes de colorir os cubos, nomeadamente pintando de vermelho duas faces opostas e uma terceira adjacente a estas ou pintando três faces adjacentes entre si (rodeando um vértice).

   Para os casos $V = 4, 5$ ou 6 a contagem faz-se do mesmo modo que nos casos $V = 2, 1$ e 0, trocando os papéis das cores azul e vermelha.

   Logo o João Martim pode colorir $1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 10$ cubos de forma diferente.