

Olimpíadas Portuguesas de Matemática

XXIV OPM - 2ª Eliminatória - 18.01.2006 - Categoria A - 8º/9º

<http://www.spm.pt/~opm>

Duração: 2 horas

Cada questão vale 10 pontos

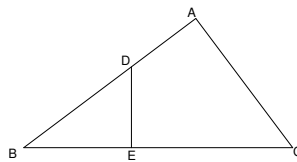
Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. No recreio da escola duas equipas, de três rapazes cada uma, planeiam jogar ao pisa. Dois rapazes, um de cada equipa, avançam alternadamente ao encontro um do outro por uma linha pintada, colocando, em cada jogada, um pé encostado ao outro. O primeiro jogador avança um pé, em seguida, o segundo jogador coloca um pé, e assim sucessivamente, até que um deles é pisado pelo outro. Vence o jogador que pisa o seu adversário.

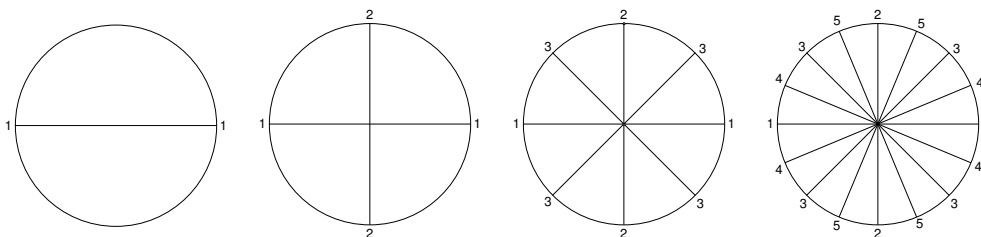


Na equipa liderada pelo Diogo todos os rapazes calçam sapatos com 33 cm de comprimento, enquanto que os sapatos dos rapazes da equipa do Tiago têm 25, 30 e 35 cm de comprimento. A linha pintada tem 714 cm de comprimento. Para que a equipa do Tiago ganhe o jogo, independentemente de quem comece a jogar, qual dos rapazes da sua equipa deve o Tiago escolher para jogador?

2. Na figura, os triângulos $[ABC]$ e $[DBE]$ são rectângulos em A e E , respectivamente. Sabendo que $\overline{AC} = 6$ cm, $\overline{DE} = \overline{DA}$ e $3\overline{BD} = 5\overline{DA}$, determina a área do triângulo $[ABC]$.



3. Numa quermesse existem rifas numeradas de 100 a 999. Ao comprar uma rifa, recebe-se um prémio que é determinado pela soma dos algarismos do número da rifa. Para que ninguém leve três prémios iguais, estabeleceu-se que, quem retirar três rifas com as três somas iguais, tem direito a um super-prémio. Qual é o menor número de rifas que o João deve comprar para ter a certeza que vai receber um super-prémio?
4. O Francisco desenha uma circunferência e coloca o número 1 em cada uma das extremidades de um dos seus diâmetros. De seguida, coloca no meio de cada um dos arcos definidos anteriormente a soma das suas extremidades, e assim sucessivamente. Os quatro primeiros passos estão indicados na figura.



Qual é a soma de todos os números escritos pelo Francisco ao fim de 15 passos?