

Olimpíadas Portuguesas de Matemática

XXI OPM - Final - 2º dia - 12.04.2003 - Categoria B

<http://www.spm.pt/~opm>

Duração: 3 horas
Cada questão vale 10 pontos

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.*

4. Numa aldeia existem apenas 10 casas, dispostas numa praça circular com r metros de raio. Cada casa está à mesma distância de cada uma das duas casas mais próximas. Todos os anos, no Domingo de Páscoa, o padre da aldeia realiza a visita pascal, saindo da casa paroquial (ponto A) e seguindo o percurso descrito pela Figura 1. Este ano o padre decidiu efectuar o percurso representado na Figura 2. Mostra que este ano o padre irá andar mais $10r$ metros.

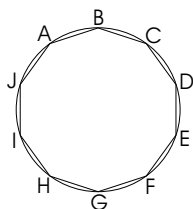


Fig.1

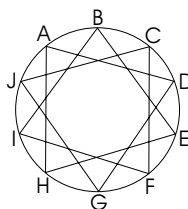


Fig.2

5. Um pastor deixou, em herança, aos seus filhos um rebanho de k ovelhas, distribuído da seguinte forma: o mais velho recebeu $\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ ovelhas, o do meio $\lfloor \frac{k}{3} \rfloor$ ovelhas e o mais novo $\lfloor \frac{k}{5} \rfloor$ ovelhas. Sabendo que não sobrou nenhuma ovelha, determina todos os valores possíveis para k .

Nota: Representa-se por $\lfloor x \rfloor$ o maior inteiro que é menor ou igual a x (exemplos: $\lfloor 2 \rfloor = 2$, $\lfloor 3.14 \rfloor = 3$).

6. Dados seis números irracionais será possível escolher três de tal forma que a soma de quaisquer dois desses três seja irracional?