OLIMPÍADAS PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA
http://www.spm.pt/∼opm

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 2 horas
Cada questão vale 10 pontos.

Soluções

---

1. Considera o seguinte quadro:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & 1 & & & & & & \\ & & & 1 & & -1 & & & & & \\ & & 1 & & -1 & & 1 & & & & \\ & 1 & & -1 & & 1 & & -1 & & & \\ 1 & & -1 & & 1 & & -1 & & 1 & & \\ \iddots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots \end{array}$$

   Calcula a soma de todos os números desde a linha 1 até à linha 1999.

   Solução

2. Prevê-se que durante a Final Nacional das OPM, saiam simultaneamente, de hora a hora, um comboio de Lisboa para a Guarda e outro da Guarda para Lisboa, ambos à velocidade média de 90 Km/h. Sabendo que a distância entre as duas cidades é 320 Km, por quantos comboios passará o Presidente da SPM, se resolver sair de Lisboa no comboio das 6 horas para ir presidir à Cerimónia de Entrega de Prémios à Guarda?

   Solução

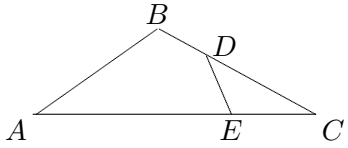
3. Os quadrados dos números naturais são escritos uns a seguir aos outros:

$$1491625364964\cdots$$

   Qual é o algarismo que aparecerá na 100ª posição?

   Solução

4. Os lados $[AC]$ e $[BC]$ do triângulo $[ABC]$ medem $10\,cm$ e $6\,cm$, respectivamente. Por outro lado, $\overline{EC} = 3\,cm$ e $\overline{DC} = 4\,cm$. Se a área do triângulo $[DCE]$ mede $3\,cm^2$, quanto mede a área do quadrilátero $[ABDE]$?



   Solução