

OLIMPIADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.

Duração: 2 horas

Cada questão vale 10 pontos

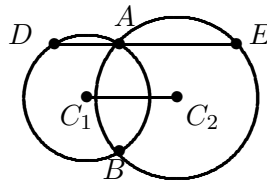
[Soluções](#)

1. Calcula a soma

$$\frac{1}{1993^{-1993} + 1} + \cdots + \frac{1}{1993^{-1} + 1} + \frac{1}{1993^0 + 1} + \frac{1}{1993^1 + 1} + \cdots + \frac{1}{1993^{1993} + 1}.$$

[Solução](#)

2. Considera duas circunferências de centros C_1 e C_2 , respectivamente, que se intersectam em dois pontos distintos A e B . Pelo ponto A traça uma recta paralela ao segmento C_1C_2 . Designa por D o ponto de intersecção dessa recta com a circunferência de centro C_1 e por E o ponto de intersecção da recta traçada com a outra circunferência:



Mostra que $\overline{DE} = 2\overline{C_1C_2}$.

[Solução](#)

3. O Ricardo e a Paula estão sentados nas suas motas, parados numa estação de serviço da auto-estrada Porto-Lisboa, a descansar um pouco antes de prosseguirem viagem. Entretanto observam que os carros que circulam na auto-estrada podem ser agrupados em três categorias:

- *rápidos* - que circulam a velocidade constante de 120 Km/h;
- *médios* - que circulam a velocidade constante de 90 Km/h;
- *lentos* - que circulam a velocidade constante de 60 Km/h;

Observam também que o tempo que decorre entre a passagem de dois carros da mesma categoria é de 10 segundos. Então o Ricardo diz à Paula que, uma vez que ela viaja sempre a 90 Km/h, o número de carros que ela ultrapassar será igual ao número de carros que a ultrapassarem. A Paula responde "Estás enganado" e propõe a seguinte aposta: "Dou-te 100 escudos por cada carro que me ultrapassar antes da próxima estação de serviço e tu dás-me 100 escudos por cada carro que eu ultrapassar".

A próxima estação de serviço dista 90 Km. Algum deles terá lucro com a aposta? Se sim, quanto?

[Solução](#)

4. A bordo de um Concorde vão 201 pessoas de 5 nacionalidades diferentes. Sabe-se que em cada grupo de 6 pessoas, pelo menos 2 têm a mesma idade.

Mostra que no avião há, pelo menos, 5 pessoas do mesmo país, da mesma idade e do mesmo sexo.

[Solução](#)